

# **TEORIA ECONÔMICA E ECONOMIA BRASILEIRA**

## **OBTENÇÃO DO NÍVEL ÓTIMO DE POLUIÇÃO UTILIZANDO UM PROCESSO DINÂMICO EM TEMPO DISCRETO<sup>1</sup>**

*Francisco S. Ramos.*

*Engenheiro, Mestre em economia pelo  
PIMES-UFPE*

*Professor Adjunto do Departamento de  
Economia da UFP*

### **RESUMO:**

Utiliza os recentes desenvolvimentos da literatura sobre processos de planificação a fim de implementar um mecanismo de obtenção da qualidade ambiental ótima. Diferentemente da maior parte dos trabalhos existentes sobre meio-ambiente, onde se supõe que as variações se processam continuamente, esta abordagem focaliza o caso discreto. Portanto, sendo estabelecida a variação desejada na qualidade do meio-ambiente, se realiza toda uma série de reajustes nas emissões de poluição; em seguida, a economia passa a etapas alternadas de ajustamento dos bens privados. O critério que norteia o processo é de que, a cada etapa, ocorra uma melhoria no sentido de Pareto (Pareto improvement). Diferentemente de outros trabalhos que utilizam os processos de planificação, adota-se a condição que a contribuição das empresas à redução das emissões seja efetuada segundo os seus custos marginais de abatimento de poluição. Além disso, dado que há uma redução global nas emissões, o processo não permite a qualquer das empresas que eleve individualmente as suas, ou seja, uma empresa com custos de redução muito elevados pode não contribuir, mas não pode se beneficiar: a melhoria do meio-ambiente obtida pela redução das emissões das outras empresas não a autoriza a elevar a sua.

### **PALAVRAS-CHAVE:**

Processo de Planificação; Custo de Redução de Emissões; Meio-Ambiente; Qualidade

<sup>1</sup> O autor agradece os comentários dos participantes do 14 th Latin American Meeting da Econometric Society, onde este artigo foi apresentado. Agradece ainda ao CNPq pelo auxílio financeiro.

## 1 INTRODUÇÃO

A existência de equilíbrio competitivo e sua correspondência com o ótimo de Pareto são temas já estabelecidos nos inúmeros trabalhos que abordam a Teoria do Equilíbrio Geral. No que se refere à obtenção deste ótimo, entretanto, a literatura já não é tão abundante. Este ponto é bem colocado por Tulkens:

Suppose that the economy finds itself in a given arbitrary state, and consider anyone of the... solution concepts; the question is: which action, taken by which agents, are capable of bringing the economy from its current state, through a sequence of intermediate states, to a state satisfying the definition of this solution concept? (Tulkens, 1978, p.168).

A resposta a esta questão conduz a uma linha de trabalhos conhecida como *processos dinâmicos de alocação de recursos*, os quais descrevem os métodos e as etapas que permitem a convergência para um ótimo. A literatura sobre o assunto foi enriquecida nas décadas de 70 e 80 pelos trabalhos de Malinvaud e Drèze-de la Vallée-Poussin, que desenvolveram processos de planificação considerando a presença de bens públicos<sup>2</sup>. Em 1972, Malinvaud, em um artigo clássico, estabeleceu que um processo de planificação realista deveria utilizar um mecanismo de preços para proceder à alocação dos bens privados, ao passo que a alocação dos bens coletivos deveria ser realizada segundo uma determinação quantitativa. Esta idéia foi retomada por Champsaur, Drèze e Henry (1977) ao propor um hiperprocesso misto que utiliza a estrutura MDP<sup>3</sup> para alocar os bens coletivos, e um mecanismo Walrasiano para proceder à alocação dos bens privados.

A caracterização do meio-ambiente como um bem coletivo (Milleron, 1972 e Laffont, 1988) permite fazer uso dos processos de planificação acima referidos. A política ambiental, cujo objetivo é de estabelecer um nível ótimo para a qualidade do meio-ambiente, tem características que

parecem se inserir bem na estrutura do modelo CDH: é plausível supor que, após a definição de um nível de mudança para a qualidade do meio-ambiente, a economia experimente uma série de reajustes das quantidades e dos preços dos bens privados até que atinja uma situação ótima. É também plausível supor que as variações do bem coletivo se produzam em tempo discreto. Cite-se como exemplo a política de redução de utilização dos CFC's: um período de tempo se estabelece para chegar a uma redução pré-determinada e, durante este período, a economia se ajusta de forma a atingir o objetivo definido. A este estágio, novas mudanças podem ser operadas e assim sucessivamente.

Este trabalho retoma a economia descrita em Ramos (1994), em que a qualidade ambiental é função das emissões das diversas empresas, e os consumidores são expostos a este "mau público". Adotando-se normas ambientais, modelizou-se um processo contínuo de ajustamento da qualidade ambiental.

Neste artigo, o processo de ajustamento é suposto evoluir em tempo discreto. Portanto, novas expressões devem ser fornecidas para as "taxas marginais de substituição" e para os "custos marginais de abatimento". A seção 2 apresenta um modelo simplificado da economia, com apenas um bem privado e um tipo de poluente. A intenção é de expor de forma compreensiva as diversas etapas do modelo, o que é feito na seção 3. A seção 4 generaliza então para o caso de vários tipos de poluentes e vários bens privados.

## 2 MODELO COM UM TIPO DE POLUENTE E UM BEM PRIVADO<sup>4</sup>

Seja:

- $x^i \in R_+$  quantidade do bem privado consumido pelo agente  $i$  ( $i=1, \dots, I$ );
- $y^j \in R_+$  nível de produção do bem privado pela empresa  $j$  ( $j=1, \dots, J$ );

<sup>2</sup> Para uma revisão sobre processo de planificação, ver Chander e Parikh (1992). No caso dos bens públicos, ver também Tulkens (1978).

<sup>3</sup> O processo desenvolvido por Malinvaud e Drèze-de la Vallée-Poussin é conhecido na literatura como processo MDP; aquele desenvolvido por Champsaur, Drèze e Henry é conhecido como CDH.

<sup>4</sup> Para uma discussão deste modelo, bem como uma explanação sobre as hipóteses subjacentes, ver Ramos (1994).

•  $e^j \in R_-$  nível de emissões de poluente pela empresa  $j$ ;

•  $q \in R_-$  nível de qualidade do meio-ambiente.

Pode-se representar a relação entre a produção do bem privado e as emissões por<sup>5</sup>

$$f^j(y^j, e^j) = 0 \quad \forall j.$$

As preferências dos agentes  $i$  são representadas pela função utilidade

$$u^i(x^i, q) \quad \forall i,$$

onde  $q$  é definido por:

$$q = \sum_j e^j.$$

**Definição 1:** Uma alocação  $s$  é representada por  $(x, q; y, e)$  tal que:

$$x = (x^1, \dots, x^I) \in R_+^I, q \in R_-, y = (y^1, \dots, y^J) \in R_+^J, e = (e^1, \dots, e^J) \in R_-^J$$

**Definição 2:** A alocação  $s$  é realizável se e somente se

$$\sum_i x^i = \sum_j y^j$$

$$q = \sum_j e^j$$

**Hipótese 1:** A função  $f^j(\cdot)$  é côncava e continuamente diferenciável, e

$$i) f_y^j = \frac{\partial f^j}{\partial y^j} > 0 \quad \forall j;$$

ii) existe um nível  $\hat{e}^j$  onde

$$\frac{dy^j}{de^j} = \frac{f_e^j}{f_y^j} \left| \begin{array}{c} P < \\ \Sigma = 0 \\ T > \end{array} \right| \text{ para } e^j \left| \begin{array}{c} P > \\ \Sigma = \hat{e}^j \\ T < \end{array} \right| \forall j.$$

**Hipótese 2:** A função  $u^i(\cdot)$  é estritamente quasi-côncava e continuamente diferenciável, e

$$i) u_x^i = \frac{\partial u^i}{\partial x^i} > 0 \quad \forall i;$$

$$ii) u_q^i = \frac{\partial u^i}{\partial q} \geq 0 \quad \forall i;$$

Pode-se então definir:

•  $\gamma^j = dy^j / de^j \geq 0$  custo marginal de redução das emissões em termos do bem privado, para a empresa  $j$ ;

•  $\pi^i = u_q^i / u_x^i > 0$  taxa marginal de substituição para o agente  $i$  entre a qualidade do meio-ambiente e o bem privado;

•  $\Pi^I = \sum_i \pi^i$  soma das taxas marginais de substituição para todos os consumidores.

**Definição 3:** a alocação  $s$  é eficiente no sentido de Pareto (ESP) se ela é realizável e se

$$\Pi^I \leq \gamma^j, \quad e \quad e^j < 0 \Rightarrow \Pi^I = \gamma^j$$

### 3 O PROCESSO EM TEMPO DISCRETO

A implementação de um processo discreto exige uma redefinição da taxa marginal de substituição e do custo marginal. Para isto, é necessário estabelecer a unidade de variação inicial da qualidade do meio-ambiente. Neste sentido, **este trabalho vai um pouco além daquele de Champsaur, Drèze e Henry (1977):**

- estes autores supõem a existência de uma função de produção global para a economia, implicando assim que a determinação do nível de emissões implica simultaneamente a da qualidade do meio-ambiente e vice-versa. No contexto do presente trabalho, esta hipótese se aplica também ao caso em que há uma só empresa poluidora, bem como à situação em que há várias empresas, mas com cada uma emitindo um tipo de poluente;

- entretanto, numa economia com vários poluidores, se ao menos duas empresas emi-

<sup>5</sup> Ver Chander e Tulkens (1992, p. 390).

tem o mesmo tipo de poluente, há várias combinações possíveis dos níveis de emissões que podem resultar em um certo nível da qualidade do meio-ambiente. Se o BP tivesse informação perfeita sobre a tecnologia das empresas, uma decisão ótima conduziria a exigir reduções de emissões tais que o custo marginal fosse o mesmo para todas. Mas esta não é uma situação muito plausível.

### 3.1 REDEFINIÇÃO DAS TAXAS MARGINAIS DE SUBSTITUIÇÃO E DOS CUSTOS MARGINAIS

.....

Seja  $a^+$  (resp.  $a^-$ ) o nível de melhoria (resp. de deterioração) da qualidade do meio-ambiente estabelecido pelo BP, e  $a^{j+}$  (resp.  $a^{j-}$ ) a variação das emissões para cada empresa que permite obter esta melhoria (deterioração). Pode-se definir:

•  $\pi^{i+}(a^+)$  o máximo de numerário que o consumidor  $i$  está disposto a sacrificar para poder se beneficiar de uma melhor qualidade do meio-ambiente. Este valor é definido por

$$u^i(x^i - \pi^{i+}(a^+), q + a^+) = u^i(x^i, q);$$

•  $\pi^{i-}(a^-)$  a compensação que o agente  $i$  está disposto a aceitar por uma deterioração  $a^-$  da qualidade do meio-ambiente, dada por

$$u^i(x^i - \pi^{i-}(a^-), q - a^-) = u^i(x^i, q);$$

•  $\gamma^{j+}(a^{j+})$  o aumento de custo resultante da redução  $a^{j+}$  das emissões da empresa  $j$ , definido por

$$f^j(y^j - \gamma^{j+}(a^{j+}), e^j + a^{j+}) = f^j(y^j, e^j);$$

•  $\gamma^{j-}(a^{j-})$  a redução de custo resultante do aumento  $a^{j-}$  das emissões da empresa  $j$  dada por

$$f^j(y^j + \gamma^{j-}(a^{j-}), e^j - a^{j-}) = f^j(y^j, e^j);$$

Defina-se ainda a média destes valores como:

$$\Gamma^+(a^+) = \frac{1}{J} \sum_j \gamma^{j+}(a^{j+}),$$

$$\Gamma^-(a^-) = \frac{1}{J} \sum_j \gamma^{j-}(a^{j-}).$$

Ressalte-se que cada um destes valores é definido para um instante de tempo específico. Assim,  $\Gamma_1^+$  corresponde à média do custo marginal devido a uma redução das emissões de cada empresa no instante  $T=1$ .

### 3.2 DEFINIÇÃO DO PASSO

.....

Em  $T=1$  o BP estabelece uma melhoria  $a_1$  no nível da qualidade do meio-ambiente<sup>6</sup>. Para atingi-lo, as empresas devem reduzir as emissões. Se cada uma reduz de  $a_1^j$  então a compatibilidade entre estas e o nível desejado  $a_1$  exige que:

$$a_1 = \sum_j a_1^j.$$

O problema consiste assim em determinar os  $a_1^j$  de forma a:

i) satisfazer a expressão anterior;

ii) considerar as diferenças de tecnologia entre as empresas, isto é, levar em conta a diferença entre os custos marginais de redução das emissões.

Neste sentido, considera-se que o BP decide num primeiro tempo repartir igualmente o nível desejado de redução das emissões entre as empresas. Portanto, estabelecido  $a_1$ , o BP solicita contribuições idênticas  $a_1/J$  a cada empresa. Pode-se assim observar que a condição (i) é satisfeita. No que concerne a parte (ii) supõe-se que, após ser informado pelas empresas sobre  $\gamma_1^j(a_1^j)$ , o BP calcula o valor absoluto da diferença entre o custo marginal de cada empresa e a média destes custos. Este valor é então comparado a um valor

<sup>6</sup> Para facilitar a explicação, considera-se a situação de uma melhoria. O mesmo raciocínio se aplica a uma deterioração.

pré-estabelecido  $\varepsilon > 0$ . Se o primeiro é menor que este último,  $a_1^j$  é adotado como passo; caso contrário, o BP faz a seguinte correção em  $T=1$ :

$$a_2^j = a_1^j - k_1(\gamma_1^j - \Gamma_1) \quad \forall j,$$

onde  $k_1$  é escolhido tal que  $a_2^j \geq 0 \quad \forall j$ , o que implica na satisfação de (ii). Claro que a condição (i) continua a ser satisfeita: para  $T=2$ ,  $a_2 = \sum_j a_2^j$ .

Esta regra de ajustamento exige ainda que a variação das emissões das empresas não se faça jamais em sentidos opostos. Em outros termos, se a decisão do BP é de melhorar a qualidade do meio-ambiente, então cada empresa contribui reduzindo suas emissões. Uma empresa com custos de redução muito elevados pode não contribuir, mas não pode se beneficiar: a melhoria do meio-ambiente obtida pela redução das emissões das outras empresas não a autoriza a elevar a sua. Uma melhor compreensão é obtida raciocinando-se no quadro do processo. Para isto, defina-se:

$$A^+ = \begin{cases} P \\ \sum_{a^+} \frac{1}{T} [\Pi^{I^+}(a^+) - \Gamma^+(a^+)] & \text{se } a^+ > 0 \\ \Pi^{I^+}(a^+) - \Gamma^+(a^+) & \text{se } a^+ = 0 \end{cases}$$

$$A^- = \begin{cases} P \\ \sum_{a^-} \frac{1}{T} [\Gamma^-(a^-) - \Pi^{I^-}(a^-)] & \text{se } a^- > 0 \\ \Gamma^-(a^-) - \Pi^{I^-}(a^-) & \text{se } a^- = 0 \end{cases}$$

Estas expressões representam os excedentes devido a variação das emissões das empresas<sup>7</sup>. Defina-se ainda:

$$D = \max[0, A^+, A^-]$$

O processo que descreve o ajustamento das emissões e da qualidade do meio-ambiente comporta, a cada iteração, duas categorias de decisões. De uma parte, aquelas que concernem res-

pectivamente ao passo de ajustamento da qualidade global do meio-ambiente  $a$  e os passos individuais  $a^j$ ; de outra parte, aquelas concernentes às variáveis econômicas  $e$ ,  $y$  e  $x$ .

### 3.3 UMA ITERAÇÃO COMPLETA DO PROCESSO

A descrição de uma iteração completa é a seguinte:

#### a. Escolha do passo de ajustamento

no tempo  $T$ , o BP fixa o nível de melhora  $a_T^+$  e de deterioração  $a_T^-$  da qualidade do meio-ambiente. Consequentemente,  $a_T^{j+}$  e  $a_T^{j-}$  são determinados:

$$a_T^{j+} = \frac{a_T^+}{J} \quad e \quad a_T^{j-} = \frac{a_T^-}{J} \quad \forall j;$$

ii) os índices prospectivos  $a_T^{j+}$  e  $a_T^{j-}$  são transmitidos às empresas, que informam então ao BP as suas proposições  $\gamma_T^{j+}(a_T^{j+})$  e  $\gamma_T^{j-}(a_T^{j-})$ ;

iii) o BP aceita estes valores e passa à etapa iv ou, julgando-os muito dispersos, passa ao sub-processo de ajustamento dos passos individuais<sup>8</sup>;

#### b. Sub-processo de ajustamento dos passos individuais

iii<sub>a</sub>) As etapas do sub-processo que têm lugar no tempo  $T$  são designadas por  $T_t$ ,  $t=1, \dots, \zeta$ . O BP assume inicialmente  $a_{T_t}^{j+} = a_{T_t}^{j+}$ ,  $a_{T_t}^{j-} = a_{T_t}^{j-}$ ,  $\gamma_{T_t}^{j+} = \gamma_{T_t}^{j+}$  e  $\gamma_{T_t}^{j-} = \gamma_{T_t}^{j-}$ ;

iii<sub>b</sub>) para  $t > 1$ , o BP calcula as diferenças  $|\gamma_{T_t}^{j+} - \Gamma_{T_t}^{j+}|$ ,  $|\gamma_{T_t}^{j-} - \Gamma_{T_t}^{j-}|$  e as compara a um valor  $\varepsilon$  não-negativo<sup>9</sup>. Se as diferen-

<sup>8</sup> Isto é uma decisão que o BP deve tomar: exige das empresas uma redução uniforme das emissões e, consequentemente, ineficiente, ou tenta obter valores próximos uns dos outros para os custos marginais de redução das emissões das empresas?

<sup>9</sup> Aqui, o BP pode fixar o número de vezes que quer repetir o processo ou utilizar e para definir o momento de parada.

ças são menores que  $\varepsilon$  então ele aceita os valores e passa à fase iv; senão, passa à fase seguinte;

iii.) o BP estabelece os novos  $a^{j+}$  e  $a^{j-}$  como segue:

$$a_{T,i+1}^{j+} = a_{T,i}^{j+} - k_i^+ (\gamma_{T,i}^{j+} - \Gamma_{T,i}^+)$$

$$a_{T,i+1}^{j-} = a_{T,i}^{j-} - k_i^- (\gamma_{T,i}^{j-} - \Gamma_{T,i}^-)$$

onde  $k_i^+$  e  $k_i^-$  são escolhidos de forma que  $a_{T,i+1}^{j+}$  e  $a_{T,i+1}^{j-}$  sejam sempre não-negativos. Estes valores são comunicados as empresas que revelam então seus novos  $\gamma_{T,i+1}^{j+}$  e  $\gamma_{T,i+1}^{j-}$ . Com estes novos valores, o BP retorna a iii<sub>b</sub>.

iv) os níveis  $a_T^+$  e  $a_T^-$  são transmitidos aos consumidores, que revelam então os seus  $\pi_T^{i+}(a_T^+)$  e  $\pi_T^{i-}(a_T^-)$ .

#### c. Ajustamento das variáveis econômicas

v) graças às informações obtidas de iii ou iii<sub>b</sub> e iv, o BP calcula  $A_T^+$  e  $A_T^-$ , e assim  $D_T$ , e toma as decisões de ajustamentos das variáveis econômicas: ele decide mudar a qualidade do meio-ambiente segundo:

$$a_{T+1}^+ = \begin{cases} P & a_T^+ \text{ se } D_T = A_T^+ > 0 \\ \sum & a_T^+ / 2 \text{ se } D_T = 0 \\ T & \end{cases}$$

$$a_{T+1}^- = \begin{cases} P & a_T^- \text{ se } D_T = A_T^- > 0 \\ \sum & a_T^- / 2 \text{ se } D_T = 0 \\ T & \end{cases}$$

Esta modificação é uma consequência da variação das emissões de cada empresa, dada por:

$$e_{T+1}^j = \begin{cases} P & a_T^- \text{ se } D_T = A_T^- > 0 \\ \sum & a_T^- / 2 \text{ se } D_T = 0 \\ T & \end{cases} \quad \begin{cases} \min(0, e_T^j + a_T^{j+}) \text{ se } D_T = A_T^+ > 0 \\ e_T^j - a_T^{j-} \text{ se } D_T = A_T^- > 0 \\ e_T^j \text{ senão.} \end{cases} \quad \forall j.$$

A quantidade do bem privado se modifica de acordo com a seguinte regra:

-para as empresas

$$y_{T+1}^j = \begin{cases} P & \max(0, y_T^j - \gamma_T^{j+}) \text{ se } D_T = A_T^+ > 0 \\ \sum & y_T^j + \gamma_T^{j-} \text{ se } D_T = A_T^- > 0 \\ T & y_T^j \text{ senão.} \end{cases} \quad \forall j.$$

-para os consumidores

$$x_{T+1}^i = \begin{cases} P & x_T^i - \pi_q^{i+} + \alpha_i A_T \text{ se } D_T = A_T^+ > 0 \\ \sum & x_T^i + \pi_q^{i-} + \alpha_i A_T \text{ se } D_T = A_T^- > 0 \\ T & x_T^i \text{ senão.} \end{cases} \quad \forall i.$$

A divisão do excedente segue a mesma lógica do que foi expresso em Ramos (1994), em que se recorre a jogos locais.

Passa-se em seguida ao tempo  $T+1$  para uma nova iteração. Isto conclui a descrição do processo.

### 3.4 CONVERGÊNCIA DO PROCESSO

.....

Retoma-se aqui a argumentação de Champsaur-Drèze-Henry (1977, p.284-286), e mostra-se que ela é aplicável a este modelo. Inicialmente, constata-se que as hipóteses sobre as funções de utilidade e sobre as funções de produção satisfazem aquelas adotadas por CDH: particularmente, constata-se que as funções de produção são não decrescentes com relação às variáveis de emissões, dado que tais variáveis estão limitadas a uma região específica. Em seguida, observa-se que o processo descrito gera uma sequência admissível. Uma tal sequência é

definida como aquela cujo ponto de partida é realizável e o passo de ajustamento é positivo, e onde o par  $(s_{T+1}, a_{T+1})$  pertence ao conjunto definido pelos valores tomados por  $D$ . De fato, o ponto de partida deste processo é constituído por uma alocação realizável (aquela onde as empresas jogam seus resíduos no meio-ambiente e a única ação dos consumidores é de se ajustar a qualidade do meio-ambiente assim criada) e pela escolha do nível de variação da qualidade do meio-ambiente.

Seja  $D(s_T, a_T)$  o valor de  $D$  determinado por uma alocação  $s$  e um passo de ajustamento  $a$ , no tempo  $T$ . Fica-se reduzido então a um dos dois casos seguintes:

- i)  $D(s_T, a_T) = 0$ , o que implica que  $s_{T+1} = s_T$  e  $a_{T+1} = a_T/2$ : nenhuma modificação é feita exceto sobre o passo, o qual é reduzido à metade;
- ii)  $D(s_T, a_T) > 0$ , e assim a qualidade do meio-ambiente é modificada pelo valor  $a_T$  (resultante das mudanças  $a'_T$  das emissões das empresas).

Pode-se perceber que no caso (ii) a modificação é efetuada de forma a aumentar a utilidade dos consumidores. Isto pode ser mostrado substituindo a expressão para  $x^i_{T+1}$  em  $u^i$ : obtém-se então  $u^i_{T+1} > u^i_T$ . Entretanto, dado que o conjunto  $S$  de estados realizáveis é limitado, tais modificações só podem ser feitas um número finito de vezes. Pode-se assim utilizar o lema 4.2 de Champsaur-Drèze-Henry (1977, p.285), o qual estabelece que para uma tal sequência admissível existe um  $r$  inteiro finito tal que  $(s_r, a_r) = 0$ . Isto é justamente o equivalente da condição de um estado eficiente no sentido de Pareto enunciada na seção 2.

Resta saber se o processo converge para um estado Pareto-eficiente. Sobre isso, e dado que as hipóteses 1 e 2 adotadas por Champsaur-Drèze-Henry (1977, p.277) são satisfeitas, pode-se seguir a demonstração de seu teorema 4.1. Seja  $S^*$  o conjunto dos pontos-limite da trajetória seguida pelo processo. Como as funções  $u^i$  são contínuas e não decrescentes ao longo da trajetória, o consumidor  $i$  tem o mesmo nível de utilidade no conjunto  $S^*$ . Isto significa que ou todos os pontos deste conjunto constituem alocações eficientes, ou algum dos pontos não o é, e  $D(s, 0) > 0$ . Como  $S^*$  é compacto e  $D$  é semicontínua inferiormente,  $D$  atinge seu míni-

mo neste conjunto. Assim, existe  $\delta > 0$  tal que  $D(s, 0) > \delta$ .

Defina-se  $d(s, S^*)$  como a distância de um estado  $s$  ao conjunto  $S^*$ . A condição de semicontinuidade implica que existe  $\varepsilon > 0$  tal que

$$0 \leq a \leq \varepsilon \quad e \quad d(s, S^*) < \varepsilon \Rightarrow D(s, a) > \delta/2.$$

Como  $S^*$  é o conjunto dos pontos-limite da sequência e é compacto, então existe um inteiro  $T_1$  tal que

$$\forall T \geq T_1, d(s_T, S^*) < \varepsilon.$$

Mas  $\lim_{T \rightarrow \infty} a_T = 0$ . Então, existe um inteiro  $T_2$  tal que

$$\forall T \geq T_2, a_T < \varepsilon,$$

O que conduz a

$$\forall T \geq \max \lambda_{T_1, T_2} \theta, D(s_T, a_T) > \delta/2.$$

Isto contradiz o fato que, para uma sequência admissível, existe um  $r$  tal que  $D(s_r, a_r) = 0$ . ■

#### 4 O PROCESSO COMPLETO: VÁRIOS POLUENTES E VÁRIOS BENS PRIVADOS

O quadro agora se generaliza, e se está face a uma economia com  $P$  tipos de poluentes ( $p=1, \dots, P$ ) e  $H$  bens privados ( $h=1, \dots, H$ ), e o objetivo é de descrever um processo completo baseado sobre aquele de Champsaur-Drèze-Henry (1977): num primeiro tempo os níveis dos bens públicos são fixados e somente os bens privados são considerados como variáveis. No segundo estágio os níveis dos bens privados são fixos, salvo o do numerário, e os bens públicos são neste caso considerados como variáveis. Por uma sequência de estados alternados, chega-se a atingir uma solução eficiente. De início, ressalte-se que não é necessário chegar a um estado ESP para a qualidade do meio-ambiente, a fim de passar à etapa

seguinte com os bens privados: **tudo que é necessário é que cada passo conduza a um "Pareto improvement"**.

Seja  $S$  o conjunto das alocações realizáveis e  $\bar{s}$  uma destas alocações. Defina-se:

$$S_{qe}(\bar{s}) = \{s \in S \mid e_p^j = \bar{e}_p^j \quad e \quad q_p = \bar{q}_p \quad \forall j, p\}$$

como o conjunto de todas as alocações dos bens privados compatíveis com os níveis fixos das emissões (e consequentemente, compatível com o nível da qualidade do meio-ambiente). Tome-se então o sub-conjunto  $\bar{S}_{qe}(\bar{s})$  que contém as alocações individualmente racionais com relação a  $\bar{s}$  e eficientes em  $S_{qe}(\bar{s})$ :

$$\bar{S}_{qe}(\bar{s}) = \{s \in S_{qe}(\bar{s}) \mid u^i(x^i, q) \geq u^i(\bar{x}^i, \bar{q}) \quad \forall i \text{ e } \bar{s} \in S_{qe}(\bar{s}) \mid u^i(\bar{x}^i, \bar{q}) \geq u^i(x^i, q)\}$$

O conjunto de todas as alocações realizáveis com níveis de emissões e de numerário consistentes com uma produção e um consumo dado dos bens privados outros que o numerário é representado por:

$$S_{xy}(\bar{s}) = \{s \in S \mid x_h^i = \bar{x}_h^i \quad e \quad y_h^j = \bar{y}_h^j \quad \forall i, j, p, h\}$$

Com o mesmo raciocínio que antes, toma-se o sub-conjunto  $\bar{S}_{xy}(\bar{s})$  constituído das alocações individualmente racionais com relação a  $\bar{s}$  e eficientes em  $S_{xy}(\bar{s})$ :

$$\bar{S}_{xy}(\bar{s}) = \{s \in S_{xy}(\bar{s}) \mid u^i(x^i, q) \geq u^i(\bar{x}^i, \bar{q}) \quad \forall i \text{ e } \bar{s} \in S_{xy}(\bar{s}) \mid u^i(\bar{x}^i, \bar{q}) > u^i(x^i, q)\}$$

Pode-se assim utilizar o corolário seguinte:

**Corolário** (Champsaur, Drèze, Henry, 1977):  $\bar{s}$  é eficiente no sentido de Pareto se e somente se  $\bar{s} \in \bar{S}_{qe}(\bar{s}) \cap \bar{S}_{xy}(\bar{s})$ .

O processo é descrito como uma sucessão de estados onde um ajustamento é realizado para a qualidade ambiental e, em seguida, os bens privados são ajustados. Seja  $s_0, s_1, \dots$ , a sucessão das etapas. No estágio inicial, um estado realizável é escolhido. Em seguida, de forma alternada, se escolhe um estado  $s_T$  num conjunto  $S_{qe}$  e, após, um estado  $s_T$  num conjunto  $S_{xy}$ .

Para a etapa considerando somente a poluição, se  $a_p^j \geq 0$  é a variação das emissões do tipo  $p$  para a empresa  $j$  então o impacto desta variação sobre a qualidade do meio-ambiente é dada por

$a_p = \sum_j \delta_p^j a_p^j$ , onde  $\delta_p^j$  é o coeficiente de impacto ambiental do poluente  $p$  proveniente da empresa  $j$ . Pode-se definir as "taxas marginais de substituição" e os "custos marginais" como anteriormente na seção 3.1:

$$\pi_p^i(a_p^i) \text{ é tal que } u^i[x^i - \pi_p^i(a_p^i), \bar{x}_{-1}^i, q_p + a_p^i, \bar{q}_{-p}] = u^i(x^i, q)$$

onde  $\bar{x}_{-1}^i = (\bar{x}_2^i, \dots, \bar{x}_H^i)$  é o vetor fixo dos bens privados outros que o numerário e  $\bar{q}_p = (\bar{q}_1, \dots, \bar{q}_{p-1}, \bar{q}_{p+1}, \dots, \bar{q}_P)$  é o vetor fixo da qualidade do meio-ambiente salvo para o poluente do tipo  $p$ ; idem para a definição de  $\pi_p^{i-}(a_p^-)$ ;

$$\gamma_p^i(a_p^i) \text{ é tal que } f^i[y^i - \gamma_p^i(a_p^i), \bar{y}_{-1}^i, e^i - a_p^i, \bar{e}_p] = f^i(y^i, e^i)$$

onde

$$\bar{y}_{-1}^i = (\bar{y}_2^i, \dots, \bar{y}_H^i) \quad e \quad \bar{e}_p = (\bar{e}_1^i, \dots, \bar{e}_{p-1}^i, \bar{e}_{p+1}^i, \dots, \bar{e}_P^i)$$

, idem para  $\gamma_p^{i-}(a_p^-)$ .

Uma vez que os  $a_p^+$  e  $a_p^-$  são obtidos podemos determinar  $a_p^{j+}$  e  $a_p^{j-}$ . Assim, informado dos  $\Pi_p^{j+}, \Pi_p^{j-}, \Gamma_p^{j+}$  e  $\Gamma_p^{j-} \quad \forall p$ , o BP faz as revisões enunciadas anteriormente.

Após estes ajustamentos para a qualidade do meio-ambiente e para as emissões, passa-se à outra etapa do processo, que consiste em trabalhar com o conjunto  $S_{qe}(s)$ , isto é, com os bens privados como variáveis. Como já indicado, isto pode ser feito mediante um mecanismo Walrasiano.

Champsaur, Drèze e Henry (1977) demonstram que um processo deste tipo permite atingir um estado eficiente no sentido de Pareto. O seu teorema é reproduzido aqui, cuja prova é baseada sobre um lema que estabelece que as correspondências  $S_{qe}(s)$  e  $S_{xy}(s)$ , de  $S$  em subconjuntos compactos de  $S$ , são semi-contínuas superiormente:

**Teorema** (Champsaur, Drèze e Henry): Cada ponto-limite de cada trajetória para o processo acima descrito é um ótimo de Pareto.



## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho mostra de que maneira se pode efetuar correções na qualidade ambiental, de forma a obter um resultado satisfatório do ponto de vista da sociedade. Nesse sentido, os recentes avanços da teoria da planificação foram utilizados a fim de construir um processo viável e convergente. Mais especificamente, apoiando-se no artigo seminal de Champsaur, Drèze e Henry (1977), foi realizada uma adaptação para o contexto em que o bem público é a qualidade do meio-ambiente. Um processo em tempo discreto foi definido, e que é convergente para um estado Pareto eficiente.

Dada a especificidade do bem público em análise, a busca de eficiência na redução de poluição pelas empresas conduziu a que um sub-processo de ajustamento fosse incorporado ao modelo, a fim de reduzir as disparidades entre os diversos custos marginais de abatimento.

O modelo completo foi então estabelecido, alternando os ajustamentos dos bens privados com os ajustamentos nas emissões de poluição por parte das empresas (e consequentemente na qualidade do meio-ambiente). Possíveis extensões do trabalho podem ser feitas com a adoção de instrumentos de mercado para corrigir as emissões, bem como uma simulação do atual processo com funções de produção específicas e com dados reais.

## ABSTRACT:

The aim of this article is to develop a mechanism, based on the literature, about planning process, that allows to achieve an optimal level for the environmental quality. Most of the articles in environmental economics supposes that variables changes continuously. Our approach is in the discrete time. After establishing the wanted variation in the environmental quality, we have variation in the emissions of pollution; then, the economy adjusts the private goods. We require, in each step of this process, a Pareto improvement. Differently of other articles about this subject, we postulate that the contribution of each

enterprise to the abatement of emissions is accomplished in accord with the marginal costs of pollution abatement. In this process it is not allowed that an enterprise increases its emissions, that is, that an enterprise with high abatement costs may not contribute, but it cannot benefit from the process: the improvement of environmental quality through emission reduction of other enterprises does not allow another to increase its emissions. Properties of the process are discussed.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

01. CHAMPSAUR, P., DREZE, J. H. e HENRY, C. (1977), "Stability Theorems with Economic Applications", *Econometrica*, 2, v. 45, 273-294.
02. CHANDER, P. e PARIKH, A. (1990), "Theory and Practice of Decentralized Planning Procedures", *Journal of Economic Surveys*, 4, 19-58.
03. CHANDER, P. e TULKENS, H. (1992), "Theoretical Foundations of Negotiation and Cost-sharing in Transfrontier Pollution Problems", *European Economic Review*, 36, 388-399.
04. DRÈZE, J. e de la VALLEE-POUSSIN, D. (1971), "A Tâtonnement Process for Public Goods", *Review of Economic Studies*, 37, 2, 133-150.
05. LAFFONT, J.-J. (1988), "Cours de Théorie Microéconomique", v.1, *Fondements de l'Économie Publique*, Economica, Paris.
06. MALINVAUD, E. (1970), "Procedures for the Determination of a Program of Collective Consumption", *European Economic Review*, 73, 96-112.
07. MALINVAUD, E., (1971), "A Planning Approach for the Public Good Problem", *Swedish Journal of Economics*, 73, 96-112.
08. MALINVAUD, E. (1972), "Price for Individual Consumption, Quantity Indicators

- for Collective Consumption", *Review of Economic Studies*, **39**, 385-406.
09. MILLERON, J.-C., 1972, "Theory of Value with Public Goods: a Survey Article", *Journal of Economic Theory*, **5**, 419-472.
  10. RAMOS, F. S. (1994), "Pigovian Taxes, Tradable Permits and a Dynamic Process for an Economy with Pollution", *CORE Discussion Paper*, n. **9435**, Center for Operations Research & Econometrics, Université Catholique de Louvain, Bélgica.
  11. RAMOS, F.S. e TULKENS, H. (1993), "Política Ambiental: a Utilização de Taxas Pigouvianas no Caso Dinâmico", *Revista de Econometria*, v.15, n.2, nov/1995-mar/1996, p.87-105.
  12. TULKENS, H. (1978), "Dynamic Process for Public Goods: an Institution-oriented Survey", *Journal of Public Economics*, **9**, 163-201.

---

Recebido para publicação em 27.06.97